

## 1. PARCIJALNI ISPIT IZ MATEMATIKE II:

(ogledni primjer)

10.05.2006.

- a) Pokažite da je  $F(x) = \ln(x + \frac{1}{2} + \sqrt{x^2 + x + 1}) + \ln 5$  primitivna funkcija funkcije  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + x + 1}}$ . b) Izračunajte  $\int_0^{10^3} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + x + 1}}$  na pet decimalnih mjesta. c) Odredite  $\int_0^x \frac{dt}{\sqrt{t^2 + t + 1}}$ .
- a) Koristeći trigometrijsku supstituciju izračunajte  $\int_1^3 \sqrt{3 - x^2 + 2x} dx$ . b) Skicirajte graf podintegralne funkcije. c) Što izračunavamo navedenim integralom pod a)?
- Neka je  $f(x) = \begin{cases} x - 3, & x \in [2, 5] \\ 0, & x \notin [2, 5] \end{cases}$  a) Izračunajte  $\int_1^4 f(x) dx$ . b) Odredite  $F(x) = \int_1^x f(t) dt$ . c) Skicirajte grafove od  $f$  i  $F$ .
- Neka je  $f(x) = x^2 + 2x$  za  $x \in [0, 2]$ . a) Odredite srednju vrijednost funkcije  $f$  na zadanom intervalu. b) Odredite na tri decimalna mjesta vrijednost  $c \in [0, 2]$  u kojoj funkcija  $f$  poprima svoju srednju vrijednost. c) Ilustrirajte grafički dobivene podatke (ucrtajte pravokutnik nad intervalom  $[0, 2]$  površine  $\int_0^2 f(x) dx$ ).
- Lik omeđen krivuljama  $y = 2$ ,  $y = e^x$ ,  $x = -1$  rotira oko pravca  $x = -1$ . a) Izračunajte volumen tog tijela. b) Izračunajte površinu lika nastalog presjekom tog tijela sa ravninom okomitom na  $y$ -os u  $y = 1$ .
- Pokažite da je površina elipse zadane sa  $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$  jednaka  $ab\pi$ .
- Gibanje materijalne točke dano je sa  $x(t) = 3 \sin^2 t$ ,  $y(t) = \cos^2 t$ . a) Odredite krivulju po kojoj se kreće ta točka. b) Koji put prevali u vremenu od  $t = 0$  do  $t = 4\pi$ ?