

**1. PARCIJALNI ISPIT IZ MATEMATIKE II: Grupa A**

20.05.2006.

NAPOMENA: Radi preglednosti rješavajte svaki zadatak na zasebnom papiru!!!

1. a) Skicirajte krivulje čije su jednadžbe u polarnim koordinatama dane sa  $r = 4 \cos \varphi$ ,  $r = \frac{3}{\cos \varphi}$ . b) Odredite opseg lika  $\frac{3}{\cos \varphi} \leq r \leq 4 \cos \varphi$ .
2. a) Pokažite da je funkcija  $F(x) = \frac{1}{\sqrt{10}} \operatorname{arctg} \frac{2 \operatorname{tg} x}{\sqrt{10}} + \operatorname{arctg} 2$  primitivna funkcija funkcije  $f(x) = \frac{1}{2+3 \cos^2 x}$ . b) Izračunajte  $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{dx}{2+3 \cos^2 x}$ . c) Izračunajte  $\int_0^1 \frac{d}{dx} \left( \int_0^x f(t) dt \right) dx$ .
3. Neka je  $f(x) = \begin{cases} x & ; x \in [2, 4] \\ 0 & : x \notin [2, 4] \end{cases}$ . a) Izračunajte  $\int_{-10}^{10} f(x) dx$  b) Odredite funkciju  $F(x) = \int_{-4}^x f(t) dt$ . c) Skicirajte grafove funkcija  $f$  i  $F$ .
4. a) Odredite srednju vrijednost funkcije  $f(x) = \ln(x-1)$  na intervalu  $[2, e+1]$ . b) Odredite na tri decimalna mjesta vrijednost  $c \in [2, e+1]$  u kojoj  $f$  poprima svoju srednju vrijednost. c) Skicirajte graf funkcije  $f$  i nad intervalom  $[2, e+1]$  nacrtajte pravokutnik površine  $\int_2^{e+1} f(x) dx$ .
5. a) Područje  $(x-1)^2 \leq y \leq 4$  rotira oko pravca  $y = -3$ . Izračunajte volumen tako dobivenog tijela. b) Odredite površinu lika nastalog presjekom tog tijela sa ravninom okomitom na os apscisa u  $x = 0$ .
6. a) Izračunajte površinu područja  $0 \leq y \leq \frac{1}{x^2+3x+4}$ ,  $x \in [1, 10^3]$ . b) Koliko bi ta površina iznosila da je  $x \in [1, \infty)$ ?
7. a) Izračunajte i poredajte po veličini integrale  $I_k = \int_0^\pi \sin^k x dx$  za  $k = 0, 1, 2, 3$ . b) Objasnite grafički dobiveni poredak.

**1. PARCIJALNI ISPIT IZ MATEMATIKE II: Grupa B**

20.05.2006.

NAPOMENA: Radi preglednosti rješavajte svaki zadatak na zasebnom papiru!!!

1. a) Izračunajte i poredajte po veličini integrale  $I_k = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^k x dx$  za  $k = 0, 1, 2, 3$ . b) Objasnite grafički dobiveni poredak.
2. a) Područje  $(x + 1)^2 \leq y \leq 4$  rotira oko pravca  $y = -5$ . Izračunajte volumen tako dobivenog tijela. b) Odredite površinu lika nastalog presjekom tog tijela sa ravninom okomitom na os apscisa u  $x = 0$ .
3. a) Pokažite da je funkcija  $F(x) = \frac{1}{\sqrt{15}} \operatorname{arctg} \frac{3 \operatorname{tg} x}{\sqrt{15}} + \operatorname{arctg} 3$  primitivna funkcija funkcije  $f(x) = \frac{1}{5-2 \sin^2 x}$ . b) Izračunajte  $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{dx}{5-2 \sin^2 x}$ . c) Izračunajte  $\int_0^1 \frac{d}{dx} \left( \int_0^x f(t) dt \right) dx$ .
4. Neka je  $f(x) = \begin{cases} x & ; x \in [3, 5] \\ 0 & : x \notin [3, 5] \end{cases}$ . a) Izračunajte  $\int_{-12}^{12} f(x) dx$  b) Odredite funkciju  $F(x) = \int_{-4}^x f(t) dt$ . c) Skicirajte grafove funkcija  $f$  i  $F$ .
5. a) Odredite srednju vrijednost funkcije  $f(x) = \ln(x - 2)$  na intervalu  $[3, e + 2]$ . b) Odredite na tri decimalna mjesta vrijednost  $c \in [3, e + 2]$  u kojoj  $f$  poprima svoju srednju vrijednost. c) Skicirajte graf funkcije  $f$  i nad intervalom  $[3, e + 2]$  nacrtajte pravokutnik površine  $\int_3^{e+2} f(x) dx$ .
6. a) Izračunajte površinu područja  $0 \leq y \leq \frac{1}{x^2+x+2}$ ,  $x \in [1, 10^3]$ . b) Koliko bi ta površina iznosila da je  $x \in [1, \infty)$ ?
7. a) Skicirajte krivulje čije su jednadžbe u polarnim koordinatama dane sa  $r = 4 \sin \varphi$ ,  $r = \frac{3}{\sin \varphi}$ . b) Odredite opseg lika  $\frac{3}{\sin \varphi} \leq r \leq 4 \sin \varphi$ .

NAPOMENA: Radi preglednosti rješavajte svaki zadatak na zasebnom papiru!!!

1. a) Izračunajte površinu područja  $0 \leq y \leq \frac{1}{x^2 - 3x + 4}$ ,  $x \in [1, 10^3]$ . b) Koliko bi ta površina iznosila da je  $x \in [1, \infty)$ ?
2. Neka je  $f(x) = \begin{cases} x & ; x \in [4, 6] \\ 0 & : x \notin [4, 6] \end{cases}$ . a) Izračunajte  $\int_{-15}^{15} f(x) dx$  b) Odredite funkciju  $F(x) = \int_{-3}^x f(t) dt$ . c) Skicirajte grafove funkcija  $f$  i  $F$ .
3. a) Odredite srednju vrijednost funkcije  $f(x) = \ln(x - 3)$  na intervalu  $[4, e + 3]$ . b) Odredite na tri decimalna mjesta vrijednost  $c \in [4, e + 3]$  u kojoj  $f$  poprima svoju srednju vrijednost. c) Skicirajte graf funkcije  $f$  i nad intervalom  $[4, e + 3]$  nacrtajte pravokutnik površine  $\int_4^{e+3} f(x) dx$ .
4. a) Područje  $(x - 1)^2 \leq y \leq 9$  rotira oko pravca  $y = -3$ . Izračunajte volumen tako dobivenog tijela. b) Odredite površinu lika nastalog presjekom tog tijela sa ravninom okomitom na os apscisa u  $x = 0$ .
5. a) Skicirajte krivulje čije su jednadžbe u polarnim koordinatama dane sa  $r = 4 \cos \varphi$ ,  $r = \frac{1}{\cos \varphi}$ . b) Odredite opseg lika  $\frac{1}{\cos \varphi} \leq r \leq 4 \cos \varphi$ .
6. a) Izračunajte i poredajte po veličini integrale  $I_k = \int_0^\pi \sin^k x dx$  za  $k = 0, 1, 2, 3$ . b) Objasnite grafički dobiveni poredak.
7. a) Pokažite da je funkcija  $F(x) = \frac{1}{\sqrt{14}} \operatorname{arctg} \frac{7 \operatorname{tg} x}{\sqrt{14}} + \operatorname{arctg} 7$  primitivna funkcija funkcije  $f(x) = \frac{1}{7 - 5 \cos^2 x}$ . b) Izračunajte  $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{dx}{7 - 5 \cos^2 x}$ . c) Izračunajte  $\int_0^1 \frac{d}{dx} \left( \int_0^x f(t) dt \right) dx$ .

**1. PARCIJALNI ISPIT IZ MATEMATIKE II: Grupa D**

20.05.2006.

NAPOMENA: Radi preglednosti rješavajte svaki zadatak na zasebnom papiru!!!

1. a) Odredite srednju vrijednost funkcije  $f(x) = \ln(x - 4)$  na intervalu  $[5, e + 4]$ .  
b) Odredite na tri decimalna mjesta vrijednost  $c \in [5, e + 4]$  u kojoj  $f$  poprima svoju srednju vrijednost. c) Skicirajte graf funkcije  $f$  i nad intervalom  $[5, e + 4]$  nacrtajte pravokutnik površine  $\int_5^{e+4} f(x)dx$ .
2. a) Pokažite da je funkcija  $F(x) = \frac{1}{\sqrt{21}} \operatorname{arctg} \frac{3 \operatorname{tg} x}{\sqrt{21}} + \operatorname{arctg} 3$  primitivna funkcija funkcije  $f(x) = \frac{1}{3+4 \cos^2 x}$ . b) Izračunajte  $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{dx}{3+4 \cos^2 x}$ .  
c) Izračunajte  $\int_0^1 \frac{d}{dx} \left( \int_0^x f(t)dt \right) dx$ .
3. a) Izračunajte i poredajte po veličini integrale  $I_k = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^k x dx$  za  $k = 0, 1, 2, 3$ . b) Objasnite grafički dobiveni poredak.
4. Neka je  $f(x) = \begin{cases} x & ; x \in [5, 7] \\ 0 & : x \notin [5, 7] \end{cases}$ . a) Izračunajte  $\int_{-14}^{14} f(x)dx$  b) Odredite funkciju  $F(x) = \int_{-1}^x f(t)dt$ . c) Skicirajte grafove funkcija  $f$  i  $F$ .
5. a) Područje  $(x + 1)^2 \leq y \leq 9$  rotira oko pravca  $y = -2$ . Izračunajte volumen tako dobivenog tijela. b) Odredite površinu lika nastalog presjekom tog tijela sa ravninom okomitom na os apscisa u  $x = 0$ .
6. a) Izračunajte površinu područja  $0 \leq y \leq \frac{1}{x^2 - x + 2}$ ,  $x \in [1, 10^3]$ . b) Koliko bi ta površina iznosila da je  $x \in [1, \infty)$ ?
7. a) Skicirajte krivulje čije su jednadžbe u polarnim koordinatama dane sa  $r = 4 \sin \varphi$ ,  $r = \frac{1}{\sin \varphi}$ . b) Odredite opseg lika  $\frac{1}{\sin \varphi} \leq r \leq 4 \sin \varphi$ .