

2. PARCIJALNI ISPIT IZ MATEMATIKE II: Grupa A

08.07.2006.

NAPOMENA: Radi preglednosti rješavajte svaki zadatak na zasebnom papiru!!!

1. Neka je $f(x, y) = \sqrt{x + 3y - 4}$. a) Po definiciji odredite $\frac{\partial f}{\partial y}(-1, 3)$. b) Izračunajte $|\Delta f(-1, 3) - df(-1, 3)|$ za $\Delta x = 2 \cdot 10^{-1}$, $\Delta y = 5 \cdot 10^{-2}$.
2. Korištenjem linearne aproksimacije odredite približnu vrijednost od $z(0.9, 0.2)$ ako je $z = z(x, y)$ zadana implicitno sa $xe^z + yz + y = 1$.
3. a) Provjerite je li funkcija $y = 2x - 1 + e^{-2x}$ rješenje dif. jednadžbe $dy = (x - 2y)dx$. b) Odredite integralnu krivulju dif. jedn. $dy = (x - 2y)dx$ koja prolazi točkom $A(0, \frac{3}{4})$.
4. Neka su zadane točke $T_1(1, 0)$, $T_2(0, 3)$, $T_3(4, 5)$. a) Izračunajte zbroj kvadrata udaljenosti točke $T_0(1, 3)$ od točaka T_1 , T_2 , T_3 . b) Odredite točku $T(x, y)$ čiji je zbroj kvadrata udaljenosti od točaka T_1 , T_2 , T_3 najmanji. c) Kako zovemo točku dobivenu pod b).
5. Prema jednom Newtonovom zakonu hlađenje tekućine u prostoriji sa $22^\circ C$ može se opisati dif. jedn. $\frac{dT}{dt} = -k(T - 22)$ ($T = T(t)$ temperatura tekućine, k koeficijent hlađenja). Ako znamo da se u takvoj prostoriji kava sa $100^\circ C$ ohladila na $70^\circ C$ za 2 minute, za koliko minuta će se ohladiti na $30^\circ C$?
6. Odredite $\lambda \in \mathbf{R}$ tako da matrica $A - \lambda I$ nema inverznu matricu, pri čemu je $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$. Za tako nađeni λ odredite sve jednostupčane matrice x tako da je $Ax = \lambda x$.
7. Odredite sve $k \in \mathbf{R}$ tako da je sustav $x_1 + kx_2 + x_3 = 2$, $kx_1 + x_2 + x_3 = 2$, $x_1 + x_2 + kx_3 = 2$ određen i u tom slučaju ga riješite.

2. PARCIJALNI ISPIT IZ MATEMATIKE II: Grupa B

08.07.2006.

NAPOMENA: Radi preglednosti rješavajte svaki zadatak na zasebnom papiru!!!

1. Neka je $f(x, y) = \sqrt{3x + y - 4}$. a) Po definiciji odredite $\frac{\partial f}{\partial x}(3, -1)$. b) Izračunajte $|\Delta f(3, -1) - df(3, -1)|$ za $\Delta x = 4 \cdot 10^{-2}$, $\Delta y = 3 \cdot 10^{-1}$.
2. a) Provjerite je li funkcija $y = 3x - 1 + e^{-3x}$ rješenje dif. jednačbe $dy = (x - 3y)dx$. b) Odredite integralnu krivulju dif. jedn. $dy = (x - 3y)dx$ koja prolazi točkom $A(0, \frac{8}{9})$.
3. Prema jednom Newtonovom zakonu hlađenje tekućine u prostoriji sa $24^\circ C$ može se opisati dif. jedn. $\frac{dT}{dt} = -k(T - 24)$ ($T = T(t)$ temperatura tekućine, k koeficijent hlađenja). Ako znamo da se u takvoj prostoriji kava sa $100^\circ C$ ohladila na $60^\circ C$ za 4 minute, za koliko minuta će se ohladiti na $30^\circ C$?
4. Neka su zadane točke $T_1(0, 1)$, $T_2(3, 0)$, $T_3(5, 4)$. a) Izračunajte zbroj kvadrata udaljenosti točke $T_0(3, 1)$ od točaka T_1 , T_2 , T_3 . b) Odredite točku $T(x, y)$ čiji je zbroj kvadrata udaljenosti od točaka T_1 , T_2 , T_3 najmanji. c) Kako zovemo točku dobivenu pod b).
5. Odredite $\lambda \in \mathbf{R}$ tako da matrica $A - \lambda I$ nema inverznu matricu, pri čemu je $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$. Za tako nađeni λ odredite sve jednostupčane matrice x tako da je $Ax = \lambda x$.
6. Odredite sve $k \in \mathbf{R}$ tako da je sustav $x_1 + x_2 + kx_3 = 2$, $x_1 + kx_2 + x_3 = 2$, $kx_1 + x_2 + x_3 = 2$, određen i u tom slučaju ga riješite.
7. Korištenjem linearne aproksimacije odredite približnu vrijednost od $z(0.1, 0.8)$ ako je $z = z(x, y)$ zadana implicitno sa $ye^z + xz + x = 1$.