

NAPOMENA: Radi preglednosti rješavajte svaki zadatak na zasebnom papiru!!!

1. Neka je  $f(x) = \ln^2 x$ . a) Izračunajte srednju vrijednost funkcije  $f$  na intervalu  $[1, e]$ . b) Odredite (na pet dec. mjesta)  $c \in [1, e]$ , tako da je  $f(c)$  jednako toj srednjoj vrijednosti. c) Ilustrirajte grafički dobivene podatke (skicirajte graf funkcije  $f$  i pravokutnik nad  $[1, e]$  površine  $\int_1^e f(x)dx$ ).
2. a) Skicirajte područje zadano sa  $|x| \frac{\sqrt{3}}{3} \leq y \leq \sqrt{4-x^2}$ . b) Izračunajte (na pet decimalnih mjesta) opseg tog područja.
3. Od letve duljine  $L$  treba sastaviti kostur sanduka (u obliku kvadra) sa pojačanjem u obliku jedne prečke koja spaja polovišta nasuprotnih bridova u jednoj strani sanduka. Na koje dijelove treba raspiliti letvu da se dobije sanduk najmanje dijagonale (sve dimenzije osim duljine se zanemaruju)?
4. Područje  $0 \leq y \leq \sin x$ ,  $x \in [0, \pi]$  rotira oko pravca  $y = 2$ . a) Izračunajte volumen tako nastalog tijela. b) Odredite površinu lika koji se dobije presjekom tog tijela sa ravninom okomitom na  $x$ -os u  $x = \frac{\pi}{2}$ .
5. Neka je  $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 7 \end{bmatrix}$ . a) Izračunajte  $\det(B^T B)$ . b) Riješite  $B^T B X = B^T$ . c) Riješite  $X B^T B = B$ .
6. Odredite integralne krivulje (njihove jednadžbe i nazive) koje prolaze točkom  $A(1, 4)$  diferencijalnih jednadžbi a)  $y' = \frac{x+1}{y}$  b)  $y' = \frac{y}{x+1}$  c)  $y' = -\frac{x+1}{y}$  d)  $y' = -\frac{y}{x+1}$ .
7. Diferencijalna jednadžba  $\frac{dB}{dt} = 2B \cos(2\pi t) + 2000 \cos(2\pi t)$  opisuje promjenu broja ljudi  $B = B(t)$  u nekom gradu ( $t$  u godinama) pod utjecajem unutarnje periodske fluktuacije (prvi sumand) i periodske migracije (drugi sumand). Ako na početku posmatranja imamo 1000 stanovnika, odredite broj stanovnika u proizvoljno vrijeme  $t$ . Koliko minimalno taj grad može imati stanovnika?

NAPOMENA: Radi preglednosti rješavajte svaki zadatak na zasebnom papiru!!!

1. a) Skicirajte područje zadano sa  $|x|\sqrt{3} \leq y \leq \sqrt{12 - x^2}$ . b) Izračunajte (na pet decimalnih mjesta) opseg tog područja.
2. Od letve duljine  $D$  treba sastaviti kostur sanduka (u obliku kvadra) sa pojačanjem u obliku jedne prečke koja spaja polovišta nasuprotnih bridova u jednoj strani sanduka. Na koje dijelove treba raspiliti letvu da se dobije sanduk najvećeg volumena (sve dimenzije osim duljine se zanemaruju)?
3. Područje  $0 \leq y \leq \cos x$ ,  $x \in [-\pi/2, \pi/2]$  rotira oko pravca  $y = 3$ . a) Izračunajte volumen tako nastalog tijela. b) Odredite površinu lika koji se dobije presjekom tog tijela sa ravninom okomitom na  $x$ -os u  $x = 0$ .
4. Neka je  $f(x) = e^{\sqrt{x}}$ . a) Izračunajte srednju vrijednost funkcije  $f$  na intervalu  $[0, 4]$ . b) Odredite (na pet dec. mjesta)  $c \in [0, 4]$ , tako da je  $f(c)$  jednako toj srednjoj vrijednosti. c) Ilustrirajte grafički dobivene podatke (skicirajte graf funkcije  $f$  i pravokutnik nad  $[0, 4]$  površine  $\int_0^4 f(x)dx$ ).
5. Neka je  $B = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 \end{bmatrix}$ . a) Izračunajte  $\det(B^T B)$ . b) Riješite  $XB^T B = B$ . c) Riješite  $B^T B X = B^T$ .
6. Odredite integralne krivulje (njihove jednadžbe i nazive), koje prolaze točkom  $A(0, 4)$ , diferencijalnih jednadžbi a)  $y' = -\frac{x+2}{y}$  b)  $y' = -\frac{y}{x+2}$  c)  $y' = \frac{x+2}{y}$  d)  $y' = \frac{y}{x+2}$ .
7. Diferencijalna jednadžba  $\frac{dP}{dt} = 4P \cos(4\pi t) + 4000 \cos(4\pi t)$  opisuje promjenu broja ljudi  $P = P(t)$  u nekom gradu ( $t$  u godinama) pod utjecajem unutarnje periodske fluktuacije (prvi sumand) i periodske migracije (drugi sumand). Ako na početku posmatranja imamo 1000 stanovnika, odredite broj stanovnika u proizvoljno vrijeme  $t$ . Koliko minimalno taj grad može imati stanovnika?