

**1. PARCIJALNI ISPIT IZ MATEMATIKE II: Grupa A**

23.04.2010.

NAPOMENA: Radi preglednosti rješavajte svaki zadatak na zasebnom papiru!!!

Rezultate prikažite decimalnim zapisom sa 4 decimalna mjesta.

1. Izračunajte površinu lika određenog nejednadžbama  $x \leq y \leq x\sqrt{3}$ ,  $xy \leq 2$ , koristeći a) Kartezijeve koordinate b) polarne koordinate.
2. Izračunajte sljedeće integrale a)  $\int_{-3}^{-1} \frac{dx}{5x-7}$  b)  $\int_{-3}^{-1} \frac{xdx}{5x-7}$  c)  $\int_{-3}^{-1} \frac{3xdx}{5x^2+7}$  d)  $\int_{-3}^{-1} \frac{3xdx}{x^2-5x+6}$ .
3. Pokažite da funkcija  $F(t) = \frac{1}{2} \ln(t^2 + \sqrt{1+t^4}) + \operatorname{arctg} 3$  zadovoljava jednakost  $F'(t) = f(t)$ , pri čemu je  $f(t) = \frac{t}{\sqrt{1+t^4}}$ . Izračunajte a)  $\int_{-1}^2 f'(t)dt$  b)  $\int_{-1}^2 f(t)dt$  c)  $\int_{-1}^2 \frac{df(t)}{dt}dt$  d)  $\frac{d}{dt} \int_{-1}^t F(x)dx$  za  $t = 3$  e)  $\frac{d}{dt} \int_{-1}^3 F(t)dt$ .
4. Izračunajte  $\int_0^2 \sqrt{1+x^2}dx$ . Tim integralom izračunavamo a) Površinu kojeg lika? b) Duljinu luka koje krivulje? c) Volumen kojeg rotacijskog tijela?
5. Izračunajte volumen tijela nastalog rotacijom lika određeno krivuljama  $y = 2e^{-x}$ ,  $y = 2e^{-2x}$ ,  $y = 1$  oko pravca a)  $y = 1$  b)  $x = 0$ .
6. Zadana je funkcija  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{3x+1}} & ; x \in [0, 3] \\ 0 & ; x \notin [0, 3] \end{cases}$ . Izračunajte  $\int_{-2}^5 f(x)dx$ . Ako je  $F(x) = \int_1^x f(t)dt$  izračunajte a)  $F(-2)$ ,  $F(2)$ ,  $F(5)$  b)  $\max F$ ,  $\min F$  c)  $F'(-2)$ ,  $F'(2)$ ,  $F'(5)$ .
7. Izračunajte a)  $\int_0^\pi \cos^4 x \sin x dx$  b)  $\int_0^\pi \cos^4 x dx$ .