

NAPOMENA: Radi preglednosti rješavajte svaki zadatak na zasebnom papiru!!!

Rezultate prikažite decimalnim zapisom sa 4 decimalna mjesta.

1. Neka je $z = x^{2y}$. a) Izračunajte sve parcijalne derivacije drugog reda funkcije z u točki $T(2, 3)$. b) Izračunajte $dz(2, 3)$ za $\Delta x = -0.5$, $\Delta y = 0.3$. c) Izračunajte $d^2z(2, 3)$ za $\Delta x = -0.5$, $\Delta y = 0.3$. d) Izračunajte $|\Delta z(2, 3) - dz(2, 3) - \frac{1}{2!}d^2z(2, 3)|$ za $\Delta x = -0.5$, $\Delta y = 0.3$.
2. Izrađujemo kartonske kutije bez gornjeg poklopca volumena 50dm^3 s tri uzdužne (paralelne s prednjom stranom kutije) pregrade i četiri poprečne (paralelne s bočnom stranom kutije) pregrade. Odredite omjer dužine, širine i visine kutije u koju je utrošeno najmanje materijala.
3. Pokažite da je funkcija $F(x) = x + \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left(\frac{x-\sqrt{2}}{x+\sqrt{2}} \right)^2 + \ln 7$ primitivna funkcija funkcije $f(x) = \frac{x^2}{x^2-2}$. Izračunajte a) $\int_0^1 dF(x)$ b) $\int_0^1 f(x)dx$ c) $\int_0^1 f'(x)dx$ d) $\frac{d}{dx} \int_0^1 F(x)dx$ e) $\frac{d}{dx} \int_0^x F(t)dt$ za $x = 1$.
4. Lik u ravnini određen je krivuljama $x^2 + y^2 = 6y$, $y = x\sqrt{3}$, $y = -x$. Koristeći integralni račun izračunajte mu a) opseg b) površinu.
5. Lik u ravnini zadan je nejednadžbama $-3 \leq y \leq 2x - x^2$. Izračunajte volumen tijela nastalog rotacijom tog lika oko pravca a) $x = -5$ b) $y = -4$.
6. a) Provjerite postojanje funkcije $z = z(x, y)$ za koju je $dz = \frac{2y-x^2}{x^2}dx + \left(3 - \frac{2}{x}\right)dy$. b) Odredite integralnu krivulju diferencijalne jednadžbe $\frac{2y-x^2}{x^2}dx + \left(3 - \frac{2}{x}\right)dy = 0$ koja prolazi točkom $A(1, 0)$. c) Može li se diferencijalna jednadžba $\frac{2y-x^2}{x^2}dx + \left(3 - \frac{2}{x}\right)dy = 0$ riješiti i na neki drugi način?
7. Odredite integralne krivulje diferencijalnih jednadžbi a) $y'' = 0$ b) $y'' - e^{-3x} = 0$ c) $y'' - xe^{-3x} = 0$, kojima je pravac $y = 2x$ tangenta u ishodištu.