

TREĆE PONAVLJANJE IZ MATEMATIKE 2: Grupa A 08.09.2010.

NAPOMENA: Radi preglednosti rješavajte svaki zadatak na zasebnom papiru!!!

Rezultate prikažite decimalnim zapisom sa 4 decimalna mjesta.

1. Ploha S zadana je jednačbom $z = \frac{x-y}{x+2y}$. a) Izračunajte $\frac{\partial z}{\partial x}(1, 1)$ i $\frac{\partial z}{\partial y}(1, 1)$.
b) Odredite jednačbu tangencijalne ravnine na plohu S koja prolazi točkom $A(1, 1, z_0) \in S$. c) Odredite jednačbu tangencijalne ravnine na plohu S koja je paralelna s ravninom $\pi \dots 2x + 2y + z = 4$.
2. Lik u ravnini određen je krivuljama $y = x$, $y = x\sqrt{3}$, $x^2 + y^2 = 8y$. Izračunajte površinu toga lika koristeći a) Kartezijeve koordinate b) polarne koordinate.
3. Odredite integralne krivulje diferencijalnih jednačbi a) $y'' = 3x$ b) $y'' = 3y'$ c) $y'' = 3y' + 3x$ kojima je os apscisa tangenta u ishodištu.
4. Lik u ravnini određen je krivuljama $y = e^{-3x}$, $y = e^x$, $y = 5$. Izračunajte volumen tijela nastalog rotacijom tog lika oko pravca a) $x = 0$ b) $y = -1$.
5. Provjerite da je $F(x) = \frac{1}{2} \ln(x^2 - 2x + 2) + \arctg(x - 1) + \ln 7$ primitivna funkcija funkcije $f(x) = \frac{x}{x^2 - 2x + 2}$. Izračunajte a) $\int_0^2 f(x) dx$ b) $\int_0^2 f'(x) dx$ c) $\frac{d^2}{dx^2} \left(\int_0^x F(t) dt \right)$ za $x = 2$ d) $\int_0^x \frac{d^2 F(t)}{dt^2} dt$ za $x = 2$.
6. Ploha je zadana s $z = e^{-2y}(x^2 - 3y^2)$. a) Odredite točke na toj plohi u kojima je tangencijalna ravnina okomita na z -os. b) U kojima od tih točaka ploha ima lokalni ekstrem?
7. Prema jednom zakonu hlađenja temperatura tekućine $T = T(t)$ u prostoriji u kojoj je 18°C opisana je diferencijalnom jednačbom $T' = -10^{-3}(T - 18)^3$ (vrijeme t u minutama, temperatura T u $^\circ\text{C}$). Odredite za koliko će se minuta kava sa 100°C ohladiti na 40°C .