

2. PARCIJALNI ISPIT IZ MATEMATIKE–N:Grupa A

25.01.2011.

NAPOMENA: Radi preglednosti rješavajte svaki zadatak na zasebnom papiru!!! Rezultate prikažite decimalnim zapisom s četiri decimalna mjesta!!!

1. Pokažite da je funkcija $F(x) = x + \frac{3}{2} \ln \frac{x-3}{x+3} + \ln 7$ primitivna funkcija funkcije $f(x) = \frac{x^2}{x^2-9}$.
Izračunajte a) $\int_4^6 f(x)dx$ b) $\int_4^6 df(x)$ c) $\frac{d}{dx} \int_4^x F(t)dt$ za $x = 6$ d) $\frac{d}{dx} \int_4^6 F(x)dx$.

2. Neka je $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{(x+2)^2} & ; x \in [0, 3] \\ 0 & ; x \notin [0, 3] \end{cases}$. a) Izračunajte $\int_{-5}^{10} f(x)dx$. b) Ako je $F(x) = \int_1^x f(t)dt$ izračunajte $F(-5), F(0), F(1), F(10)$.

3. Lik u prvom kvadrantu određen je krivuljama $y = x, y = 2x, xy = 4$. Izračunajte površinu toga lika.

4. Lik u ravnini određen je krivuljama $y = e^{-2x}, y = e^{3x}, y = 4$. Izračunajte volumen tijela nastalog rotacijom tog lika oko pravca a) $y = 0$ b) $x = -1$.

5. Za svaku od diferencijalnih jednadžbi a) $y' = -10^4$ b) $y' = -x^4$ c) $y' = -y^4$ odredite ono rješenje za koje je $y(0) = 1$. Za svaku od tih rješenja odredite $y(3)$.

6. Odredite $a, b \in \mathbb{R}$ tako da je sustav $2x_1 + x_2 + 3x_3 = 1, x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 2, 3x_1 - x_2 + ax_3 = b$ a) određen b) neodređen c) kontradiktoran. U slučaju neodređenosti riješite ga.

7. Riješite matricnu jednadžbu $(AX^{-1} + B)^{-1} = \frac{1}{3}X$ ako je $A = [a_{ij}]$ formata 2×2 zadana s $a_{ij} = 2i - j, B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$.