

ČETVRTO PONAVLJANJE IZ MATEMATIKE (N): Grupa A

31.08.2011.

NAPOMENA: Radi preglednosti rješavajte svaki zadatak na zasebnom papiru!!! Rezultate prikažite decimalnim zapisom s četiri decimalna mjesta!!!

1. Neka je $f(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}$. a) Izračunajte $f(-4)$, $f(4)$. b) Odredite asimptote grafa funkcije f . c) Odredite točku na grafu krivulje f u kojoj ta krivulja prelazi iz konkavne u konveksnu. d) Odredite kvalitativni graf funkcije f .
2. Zadan je sustav $x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 5$, $2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 7$, $x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 2$, $x_1 + x_2 - 2x_4 = 0$. a) Riješite sustav. b) Odredite determinantu matrice koeficijenata sustava.
3. a) Pokažite da je $F(x) = x + \frac{3}{2} \ln \frac{x-3}{x+3} + \ln 7$ primitivna funkcija funkcije $f(x) = \frac{x^2}{x^2-9}$. Izračunajte b) $\int_4^5 \frac{x^2 dx}{x^2-9}$. c) $\int_4^5 f'(x) dx$. d) $\frac{d}{dx} \left(\int_4^x f(t) dt \right)$ za $x = 5$. e) $\frac{d}{dx} \left(\int_4^5 f(x) dx \right)$.
4. Izračunajte površinu lika određenog krivuljama $y = 2 \ln x$, $y = \ln(2x)$, $y = 0$.
5. Izračunajte volumen tijela nastalog rotacijom područja određenog krivuljama $y = e^{3x}$, $y = 3e^x$, $y = 1$ oko pravca $y = 0$.
6. Prema jednom zakonu hlađenja temperatura tekućine $T = T(t)$ u prostoriji na 21°C opisana je diferencijalnom jednačinom $T' = -0.01(T - 21)^2$ (t u minutama, T u $^\circ\text{C}$). U tu prostoriju unesena je kava na 100°C . Odredite za koliko će se ona ohladiti na 50°C ?
7. Zadana je parabola $y = x^2$ i točka $A(0, 5)$. a) Odredite na paraboli točku najbližu točki A . b) Odredite jednačinu normale iz točke A na zadanu parabolu.