

1. KOMISIJSKI ISPIT IZ MATEMATIKE II:

15.09.2006.

NAPOMENA: Radi preglednosti rješavajte svaki zadatak na zasebnom papiru!!!

1. a) Izračunajte volumen torusa ("guma" na kotačima) tj. tijela nastalog rotacijom područja $x^2 + (y - 3)^2 \leq 4$ oko pravca $y = 0$. b) Izračunajte površinu lika nastalog presjekom tog tijela sa ravninom okomitom na x -osi u $x = 1$ te površinu lika nastalog presjekom tog tijela sa ravninom okomitom na y -osi u $y = 3$.

2. Riješite matricnu jednadžbu $BXA = BX + 5A$ ako je $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ i $B = A^*$.

3. Odredite diferencijalne jednadžbe te njihov red i tip ako im je opće rješenje dano sa a) $y = Cx^2$ b) $y = C_1e^{3x} + C_2e^{-2x}$.

4. Titranje oscilatora duž x -osi dano je diferencijalnom jednadžbom $x''(t) = \cos(2\pi t) - x(t)$, pri čemu je $x(t)$ odmak od ishodišta u trenutku t . Odredite odmak od ishodišta u proizvoljno vrijeme t ako oscilator u trenutku $t = 0$ miruje u ishodištu.

5. Neka je $f(x, y) = xy^3$. a) Odredite totalni prirast $\Delta f(0, 0)$. b) Izračunajte $\Delta f(0, 0) - \frac{1}{4!}d^4f(0, 0)$ za $\Delta x = 0.2$, $\Delta y = -0.3$.

6. Izračunajte opseg lika zadanog u polarnim koordinatama sa

$$\frac{3}{2\sin\varphi} \leq r \leq 2\sin\varphi. \text{ Slika!}$$

7. Neka je $f_1(x) = x^2$, $f_2(x) = x - 2$. a) Ako točka $A(2, y_1)$ leži na grafu funkcije f_1 a točka $B(5, y_2)$ na grafu funkcije f_2 , izračunajte njihovu udaljenost $d(A, B)$. b) Ako je $T_1(x_1, f_1(x_1))$ proizvoljna točka sa grafa funkcije f_1 , a $T_2(x_2, f_2(x_2))$ proizvoljna točka sa grafa funkcije f_2 , odredite x_1 i x_2 tako da je udaljenost T_1 od T_2 najmanja. Slika!