

NAPOMENA: Radi preglednosti rješavajte svaki zadatak na zasebnom papiru!!! Rezultate prikažite decimalnim zapisom s četiri decimalna mjesta!!!

1. Izračunajte površinu lika određenog krivuljama  $y = e^{2x}$ ,  $y = 2e^x$ ,  $y = e^{-x}$ .
2. Izračunajte volumen tijela nastalog rotacijom lika određenog krivuljama  $y = x^2$ ,  $8y = x^2$ ,  $y^2 = x$  oko pravca  $y = 4$ .
3. Neka je  $f(x) = x \ln(2x)$ . a) Izračunajte  $f(10^{-3})$ ,  $f(10^{-5})$ ,  $f(10^5)$  b) Odredite kvalitativni graf funkcije  $f$ .
4. Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe  $x^2y' + 2xy = y^2$ . Odredite partikularno rješenje koje zadovoljava uvje  $y(1) = 1$ , te za to rješenje izračunajte  $y(10)$ .
5. Pokažite da je funkcija  $F(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{1+e^x}{\sqrt{2}} + \operatorname{arctg} 7$  primitivna funkcija funkcije  $f(x) = \frac{e^x}{e^{2x} + 2e^x + 3}$ . Izračunajte a)  $\int_0^x \frac{e^t dt}{e^{2t} + 2e^t + 3}$  za  $x = 2$  b)  $\frac{d}{dx} \left( \int_0^x \frac{e^t dt}{e^{2t} + 2e^t + 3} \right)$  za  $x = 2$  c)  $\int_0^x \frac{d}{dt} \left( \frac{e^t}{e^{2t} + 2e^t + 3} \right) dt$  za  $x = 2$  d)  $\frac{d}{dx} \left( \int_0^2 \frac{e^x dx}{e^{2x} + 2e^x + 3} \right)$
6. Odredite najveću i najmanju vrijednost za svaku od funkcija a)  $f(x) = \frac{x^2+3}{x}$  b)  $f(x) = \frac{x^2+9}{x}$  c)  $f(x) = \frac{x^2+30}{x}$ , na intervalu  $[2, 5]$ .
7. Koristeći Gaussov algoritam odredite sve  $a \in \mathbb{R}$  tako da je sustav  $x_1 + 2x_2 + x_3 = 4$ ,  $2x_1 - x_2 - 3x_3 = 2$ ,  $5x_1 + 5x_2 = a$  a) određen b) neodređen c) nesuglasan. U slučaju kada je neodređen, riješite ga Gaussovom algoritmom.