

2. PARCIJALNI ISPIT IZ MATEMATIKE N: Grupa A

29.01.2013.

NAPOMENA: Radi preglednosti rješavajte svaki zadatak na zasebnom papiru!!! Rezultate prikažite decimalnim zapisom s četiri decimalna mjesta!!!

- (1) Lik u ravnini određen je krivuljama $y = \frac{1}{x-1}$, $y = 3$, $x = 4$. Izračunajte volumen tijela nastalog rotacijom tog lika oko pravca a) $y = 3$ b) $x = 4$.
- (2) Izračunajte površinu lika određenog krivuljama $y = 4e^{2x}$, $y = 2e^{3x}$, $y = 1$.
- (3) Izračunajte $y(10)$ ako je $y = y(x)$ rješenje Cauchyjevog problema $xy' + 3y = y^2$, $y(1) = 2$.
- (4) Brzina $v = v(t)$ (t u sekundama) tijela u nekom mediju određena je diferencijalnom jednadžbom $v' = -kv^6$ (k realni parametar koji karakterizira otpor medija). a) Odredite opće rješenje te diferencijalne jednadžbe. b) Ako brzina tog tijela sa 20m/s padne na 10m/s za 2 sekunde, koju će brzinu to tijelo imati nakon 5 sekundi kretanja?
- (5) Odredite $\lambda \in \mathbb{R}$ tako da je sustav $x_1 - x_2 + x_3 = 2$, $3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 4$, $2x_1 + 3x_2 + \lambda x_3 = 2$ neodređen i u tom ga slučaju riješite!
- (6) Riješite matričnu jednadžbu $3(2A + X)^{-1}B^{-1} = 6X^{-1}$, ako je $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ i $B = A^*$.
- (7) Pokažite da je $F(x) = \frac{2}{3} \operatorname{arctg} \sqrt{e^{3x} - 1} + \operatorname{arctg} 3$ primitivna funkcija funkcije $f(x) = \frac{1}{\sqrt{e^{3x} - 1}}$. Izračunajte a) $\int_1^2 f(x)dx$ b) $\int_1^2 F''(t)dt$ c) $\frac{d}{dx} \int_1^x \frac{dF(t)}{dt} dt$ za $x = 2$ d) $\frac{d}{dx} \int_1^2 \frac{dF(t)}{dt} dt$.

2. PARCIJALNI ISPIT IZ MATEMATIKE N: Grupa B

29.01.2013.

NAPOMENA: Radi preglednosti rješavajte svaki zadatak na zasebnom papiru!!! Rezultate prikažite decimalnim zapisom s četiri decimalna mjesta!!!

- (1) Odredite $\lambda \in \mathbb{R}$ tako da je sustav $x_1 - x_2 + x_3 = 2$, $2x_1 + 3x_2 + x_3 = 2$, $3x_1 + 2x_2 + \lambda x_3 = 4$ neodređen i u tom ga slučaju riješite!
- (2) Riješite matričnu jednadžbu $2B^{-1}(2A + X)^{-1} = 4X^{-1}$, ako je $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ i $B = A^*$.
- (3) Pokažite da je $F(x) = \frac{2}{5} \operatorname{arctg} \sqrt{e^{5x} - 1} + \operatorname{arctg} 5$ primitivna funkcija funkcije $f(x) = \frac{1}{\sqrt{e^{5x} - 1}}$. Izračunajte a) $\int_1^2 f(x)dx$ b) $\int_1^2 F''(t)dt$ c) $\frac{d}{dx} \int_1^x \frac{dF(t)}{dt} dt$ za $x = 2$ d) $\frac{d}{dx} \int_1^2 \frac{dF(t)}{dt} dt$.
- (4) Lik u ravnini određen je krivuljama $y = \frac{1}{x-2}$, $y = 2$, $x = 5$. Izračunajte volumen tijela nastalog rotacijom tog lika oko pravca a) $y = 2$ b) $x = 5$.
- (5) Izračunajte površinu lika određenog krivuljama $y = 4e^{3x}$, $y = 2e^{4x}$, $y = 1$.
- (6) Izračunajte $y(5)$ ako je $y = y(x)$ rješenje Cauchyjevog problema $xy' + 4y = y^2$, $y(1) = 3$.
- (7) Brzina $v = v(t)$ (t u sekundama) tijela u nekom mediju određena je diferencijalnom jednadžbom $v' = -kv^8$ (k realni parametar koji karakterizira otpor medija). a) Odredite opće rješenje te diferencijalne jednadžbe. b) Ako brzina tog tijela sa 30m/s padne na 20m/s za 3 sekunde, koju će brzinu to tijelo imati nakon 10 sekundi kretanja?