

1. zadatak

Provedena je dijafiltracija otopine proteina u membranskom modulu sa šupljim vlaknima dijametra 0,1 cm i dužine 100 cm. Koeficijent difuzije proteina je $9 \cdot 10^{-7} \text{ cm}^2/\text{s}$, dok je viskozitet otopine proteina $1,2 \cdot 10^{-3} \text{ Pa s}$ i gustoća 1,1 kg/L. Odredite polarizacijski modul ako je protok tekućine kroz membranu $45 \text{ L m}^{-2} \text{ h}^{-1}$, a linearna brzina strujanja tekućine 450 cm s^{-1} .

Bilansa mase u ustaljenom stanju

$$J \cdot c + D \cdot dc/dx = J \cdot c_p$$

Integracija uz granične uvjeti

$$x=0 \quad c=c_m$$

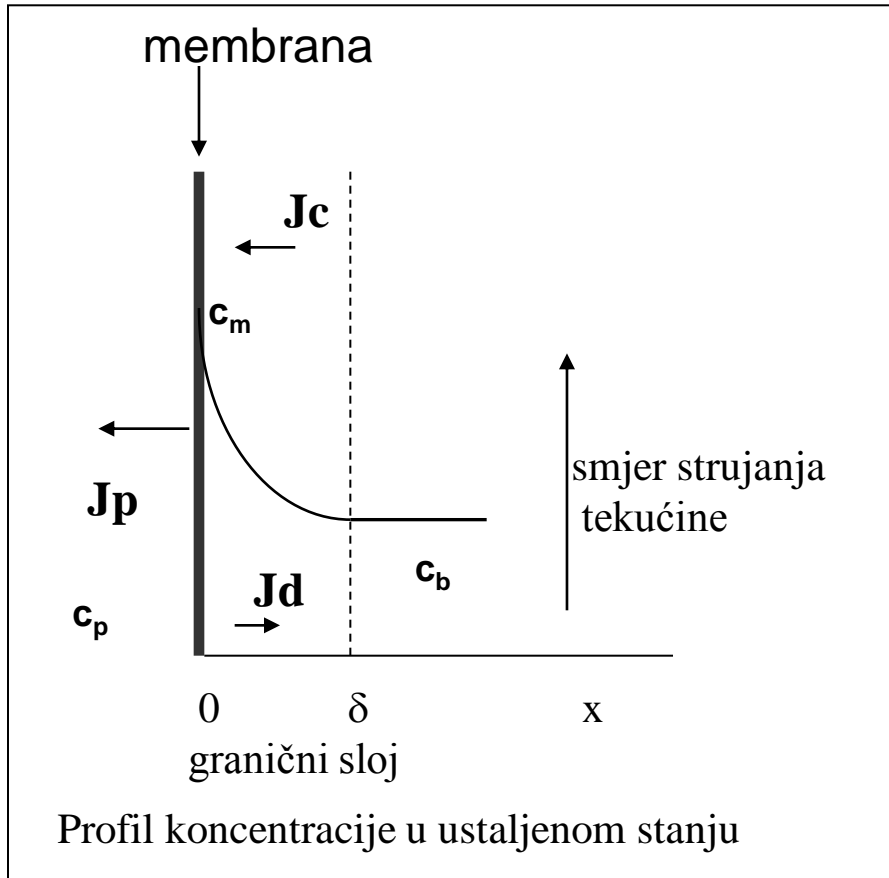
$$x=\delta \quad c=c_b$$

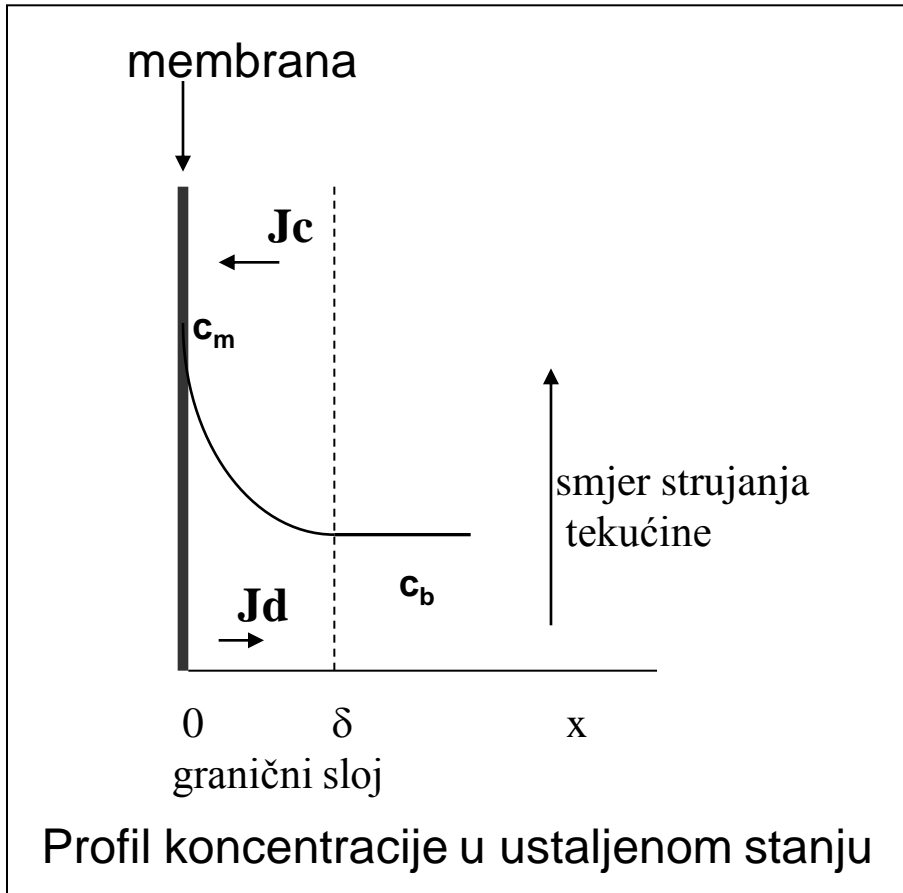
$$\ln[(c_m - c_p) / (c_b - c_p)] = J \delta / D$$

ili

$$(c_m - c_p) / (c_b - c_p) = e^{J \delta / D}$$

koeficijent prijenosa mase $k = D / \delta$





Membrana nepropusna za otopljenu tvar ($c_p=0$)

$$J \cdot c = -D \cdot dc/dx$$

Integracija uz granične uvjeti

$$x=0 \quad c=c_m$$

$$x= \delta \quad c=c_b$$

$$\ln (c_m/ (c_b))=J \delta/D$$

ili

$$c_m/c_b = e^{J \delta/D}$$

c_m/c_b - polarizacijski modul

Ovisnost k o Sh-broju

$$Sh = k d_h / D = a Re^b Sc^c (d_h / L)^e$$

| geometry | flow | a | b | c | e | Comments |
|--------------|-----------|-------|-------|------|------|--------------|
| tube | laminar | 1,62 | 0,33 | 0,33 | 0,33 | theoretical |
| | turbulent | 0,082 | 0,69 | 0,33 | - | - |
| slit | laminar | 1,86 | 0,33 | 0,33 | 0,33 | theoretical |
| | turbulent | 0,023 | 0,8 | 0,33 | - | theoretical |
| | turbulent | 0,023 | 0,875 | 0,25 | - | theoretical |
| spacer | laminar | 0,664 | 0,5 | 0,33 | 0,5 | experimental |
| stirred cell | laminar | 0,23 | 0,567 | 0,33 | - | experimental |
| rotating | laminar | 0,75 | 0,5 | 0,33 | 0,42 | experimental |

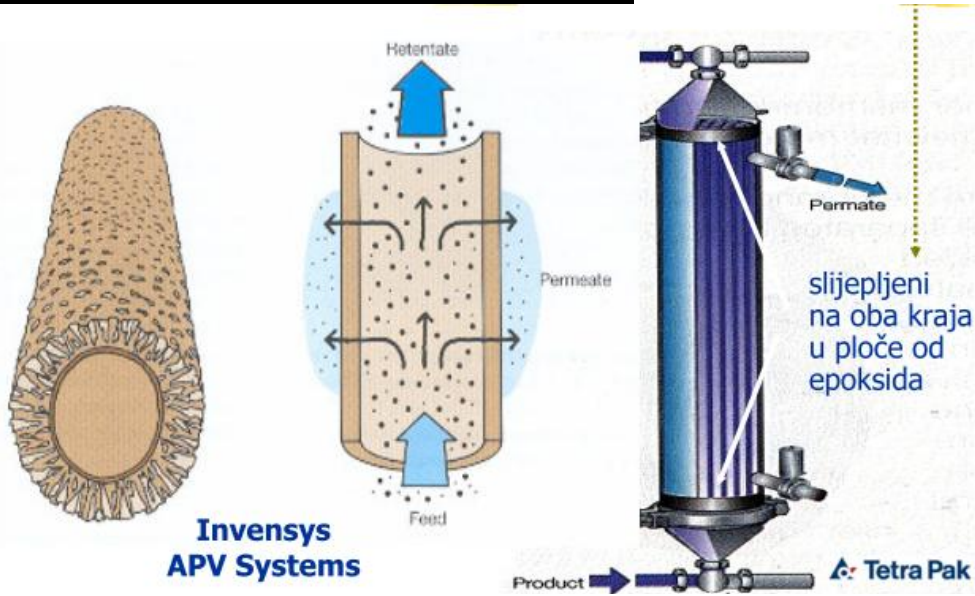
2. zadatak

Ultrafiltracija se primjenjuje u mljekarskoj industriji pri koncentriranju mlijeka. Fizikalna svojstva mlijeka su: gustoća 1,03 kg/L, viskozitet 0,008 g/cm s, koeficijent difuzije proteina $7 \cdot 10^{-7}$ cm²/s, koncentracija proteina na ulazu u modul 3,1% i koncentracija proteina u sloju gela 22 %.

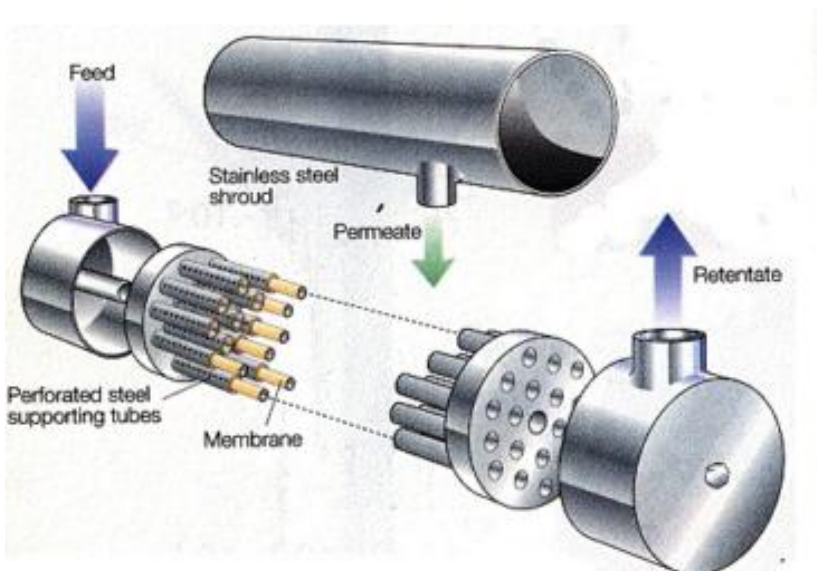
- a) Izračunajte maseni tok za modul sa šupljim vlaknima i cijevni modula sljedećih karakteristika:

| | modul sa šupljim vlaknima | cijevni modul |
|-----------------------------------|---------------------------|---------------|
| d (cm) | 0,11 | 1,25 |
| L (cm) | 63,5 | 240 |
| br. šupljih vlakana ili cijevi | 660 | 240 |
| protok (L/min) | 41 | 265 |

Modul sa šupljim vlaknima



Cijevni modul (membrane unutar ili oko cijevi)



Ultrafiltracija

b) Usljed promjena u proizvodnji protok tekućine kroz modul sa šupljim vlaknima smanjio se za 25 %. Koliko sada iznosi linearna brzina strujanja tekućine u modulu?

3. zadatak

Sirutka se koncentrira ultrafiltracijom u cijevnom membranskom modulu. Pri protjecanju čiste vode kroz modul, protok vode kroz membranu iznosi $100 \text{ L/m}^2 \text{ h}$ uz pad tlaka u modulu za $0,4 \text{ atm}$.

Prosječna vrijednost koeficijenta difuzije za proteine sirutke je $4 \cdot 10^{-7} \text{ cm}^2/\text{s}$.

Osmotski tlak otopine proteina definirana je Jonssonovom jednačbom:

$$\Pi = 4,4 \cdot 10^{-3} C - 1,7 \cdot 10^{-6} C^2 + 7,9 \cdot 10^{-8} C^3 \text{ (atm)}$$

gdje je C koncentracija proteina (g/L).

Za primjenjeni tip modula, uvjete strujanja i difuziju, koeficijent prijenosa mase iznosi $7,8 \cdot 10^{-4} \text{ cm/s}$.

- a) Izračunajte hidrauličku propusnost membrane (L_p) pri protjecanju vode kroz modul.
- b) Kakav utjecaj pad tlaka kroz membranu (Δp) ima na protok tekućine kroz membranu ($J=0-104 \text{ L/m}^2 \text{ h}$) ako koncentracija proteina u sirutki iznosi 10 g/L ? Pretpostavite da je membrana nepropusna za proteine sirutke, te da vrijednost koeficijenta prijenosa mase ne ovisi o δ .

- c) Provedena je ultrafiltracija sirutke različitih koncentracija proteina (c_b) u području gdje je J neovisan o Δp .

| Koncentracija proteina (g/L) | Protok tekućine kroz membranu (L/m ² h) |
|--|--|
| 10 | 103,8 |
| 100 | 39,5 |
| 200 | 20,0 |
| 300 | 8,8 |

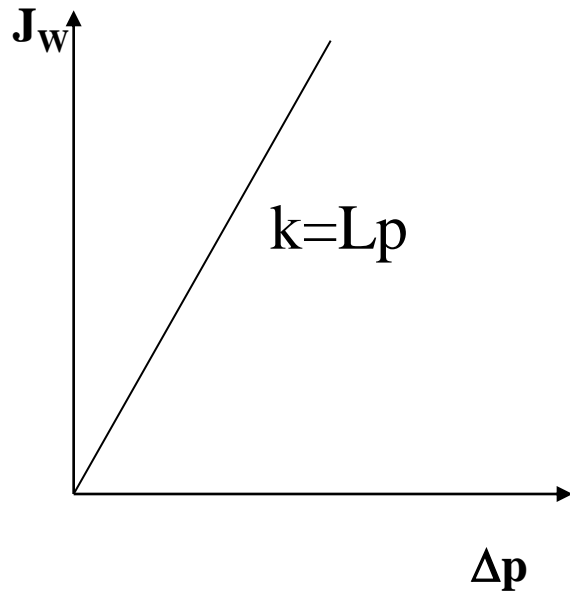
Izračunajte koncentraciju proteina u sloju gela (c_g)

- d) Izračunajte maksimalni protok tekućine kroz membranu i pad tlaka kroz membranu ako je koncentracija proteina u sirutki 20 g/L?

a) Hidraulička propusnost membrane

$$L_p = ?$$

$$J_w = L_p \cdot \Delta p \quad (\text{Darcyjev zakon})$$



b) Ovisnost volumnog protoka tekućine kroz membranu (J) o padu tlaka (Δp)

1. izračunati koncentraciju c_m za zadane vrijednosti $J=0 - 110 \text{ L/m}^2\text{h}$ prema jednadžbi

$$c_m/c_b = e^{J \delta/D}$$

uz pretpostavku da je $k = \text{konst.}$

2. izračunati osmotski tlak prema Jonssonovoj jednadžbi:

$$\Pi = 4,4 \cdot 10^{-3} C_m - 1,7 \cdot 10^{-6} C_m^2 + 7,9 \cdot 10^{-8} C_m^3$$

3. izračunati Δp iz jednadžbe

$$J = L_p (\Delta p - \sigma \Pi_m)$$

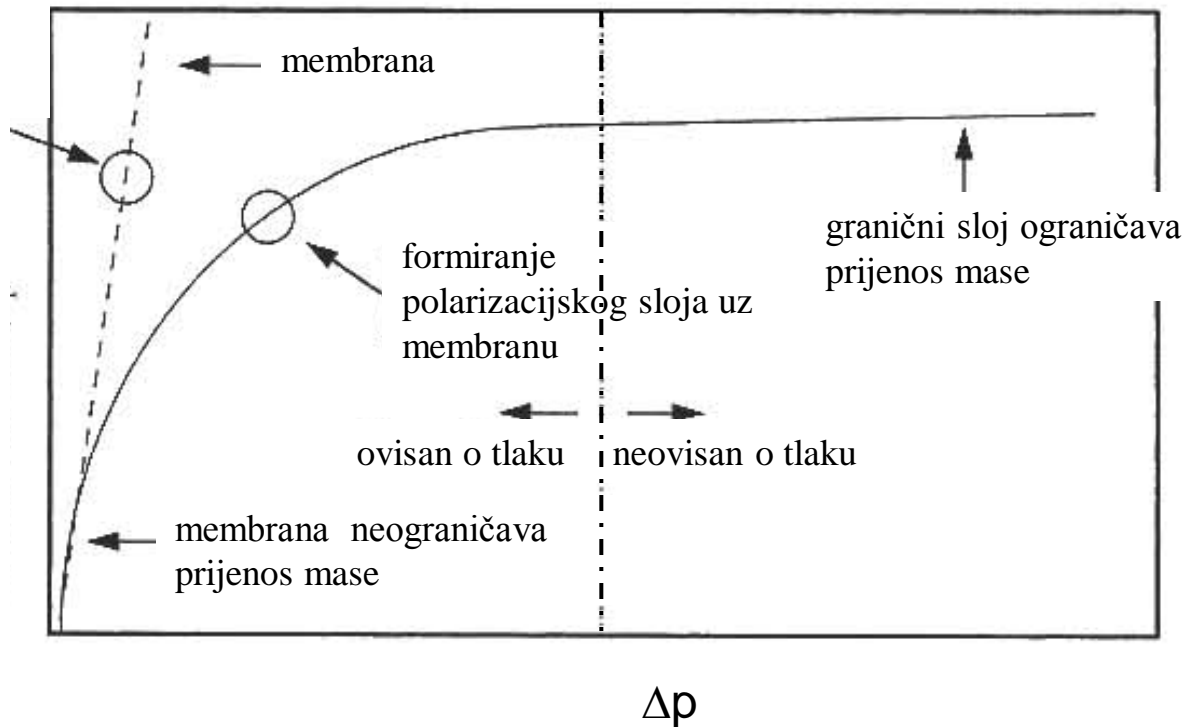
4. Nacrtati ovisnost J o Δp

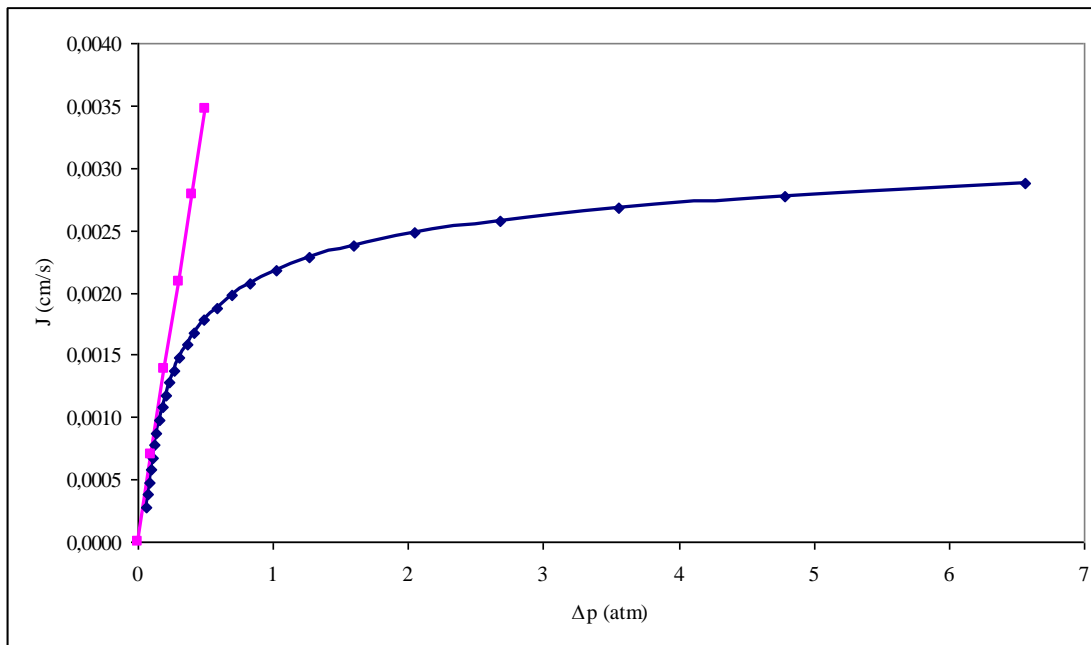
REGIMES OF CROSS-FLOW FILTRATION

$$J_{\max} = (D/\delta) \ln (c_g/c_b)$$

hidraulička
propusnost
membrane je
konstan

Protok kroz membranu, J





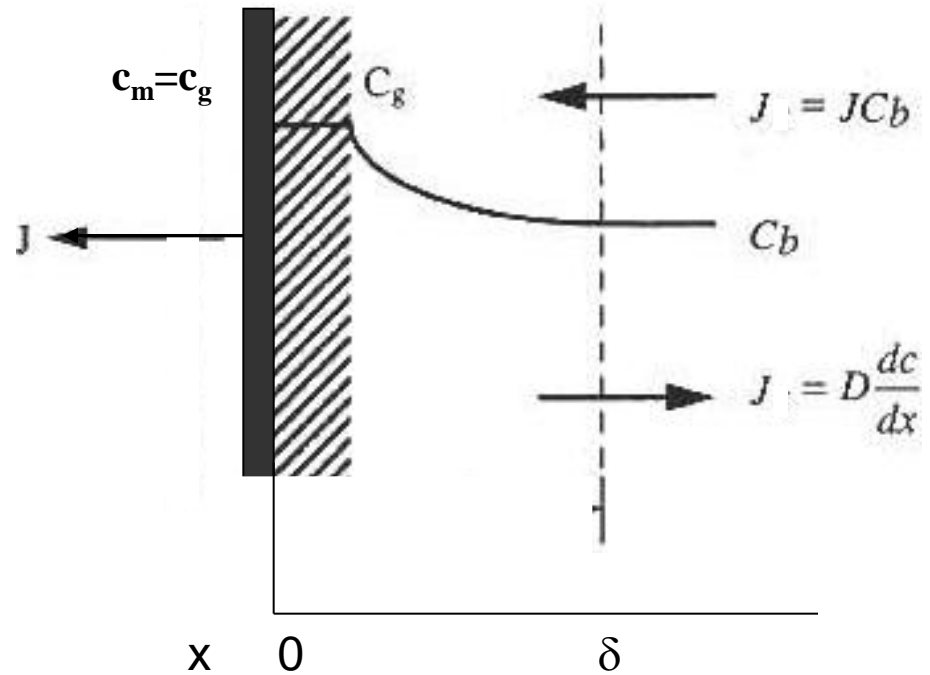
ovisnost toka mase (J) o padu tlaka (Δp)

c) koncentracija gela (c_g)

$$\ln(c_g / c_b) = J \delta / D$$

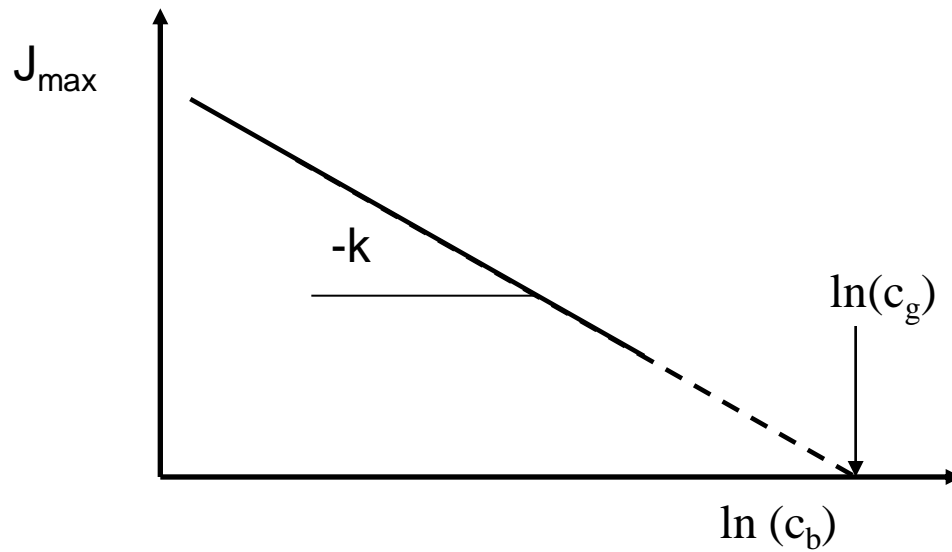
ili

$$c_g / c_b = e^{J \delta / D}$$



Profil koncentracije i nastajanje sloja gela na površini ultrafiltracijske membrane

$$J_{\max} = k \ln(c_g/c_b)$$



| maseni tok vode | maseni tok vode | Cm | Πm | Δp | Δp |
|-----------------|-----------------|---------|--------|----------|--------|
| cm/s | L/m2h | g/L | atm | Pa | atm |
| 2,78E-04 | 9,992 | 14,278 | 0,0627 | 6,39E+03 | 0,0631 |
| 3,78E-04 | 13,589 | 16,231 | 0,0713 | 7,28E+03 | 0,0718 |
| 4,78E-04 | 17,186 | 18,451 | 0,0811 | 8,29E+03 | 0,0818 |
| 5,78E-04 | 20,783 | 20,975 | 0,0923 | 9,43E+03 | 0,0931 |
| 6,78E-04 | 24,380 | 23,844 | 0,1050 | 1,07E+04 | 0,1060 |
| 7,78E-04 | 27,977 | 27,105 | 0,1196 | 1,22E+04 | 0,1207 |
| 8,78E-04 | 31,574 | 30,813 | 0,1363 | 1,39E+04 | 0,1375 |
| 9,78E-04 | 35,172 | 35,028 | 0,1554 | 1,59E+04 | 0,1568 |
| 1,08E-03 | 38,769 | 39,819 | 0,1775 | 1,81E+04 | 0,1790 |
| 1,18E-03 | 42,366 | 45,266 | 0,2030 | 2,07E+04 | 0,2047 |
| 1,28E-03 | 45,963 | 51,457 | 0,2327 | 2,38E+04 | 0,2345 |
| 1,38E-03 | 49,560 | 58,496 | 0,2674 | 2,73E+04 | 0,2694 |
| 1,48E-03 | 53,157 | 66,497 | 0,3083 | 3,15E+04 | 0,3104 |
| 1,58E-03 | 56,754 | 75,593 | 0,3570 | 3,64E+04 | 0,3593 |
| 1,68E-03 | 60,351 | 85,933 | 0,4157 | 4,24E+04 | 0,4181 |
| 1,78E-03 | 63,949 | 97,688 | 0,4872 | 4,96E+04 | 0,4898 |
| 1,88E-03 | 67,546 | 111,050 | 0,5758 | 5,86E+04 | 0,5785 |
| 1,98E-03 | 71,143 | 126,240 | 0,6873 | 6,99E+04 | 0,6901 |
| 2,08E-03 | 74,740 | 143,508 | 0,8299 | 8,44E+04 | 0,8329 |
| 2,18E-03 | 78,337 | 163,138 | 1,0156 | 1,03E+05 | 1,0187 |
| 2,28E-03 | 81,934 | 185,453 | 1,2614 | 1,28E+05 | 1,2647 |
| 2,38E-03 | 85,531 | 210,821 | 1,5923 | 1,62E+05 | 1,5957 |

Ultrafiltracija

| Δp | maseni tok vode | maseni tok vode |
|------------|--------------------|--------------------|
| atm | L/m ² h | cm/s |
| 0,00E+00 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| 1,00E-01 | 2,50E+01 | 6,95E-04 |
| 2,00E-01 | 5,00E+01 | 1,39E-03 |
| 3,00E-01 | 7,50E+01 | 2,09E-03 |
| 4,00E-01 | 1,00E+02 | 2,78E-03 |
| 5,00E-01 | 1,25E+02 | 3,48E-03 |

| Cb(g/L) | J (L/m² h) | Cb (g/L) | ln Cb |
|----------------|------------------------------|-----------------|--------------|
| 10 | 103,8 | 322089,61 | 2,3025851 |
| 100 | 39,5 | 148,43842 | 4,6051702 |
| 200 | 20 | 221,03418 | 5,2983174 |
| 300 | 8,8 | 308,93034 | 5,7037825 |

